

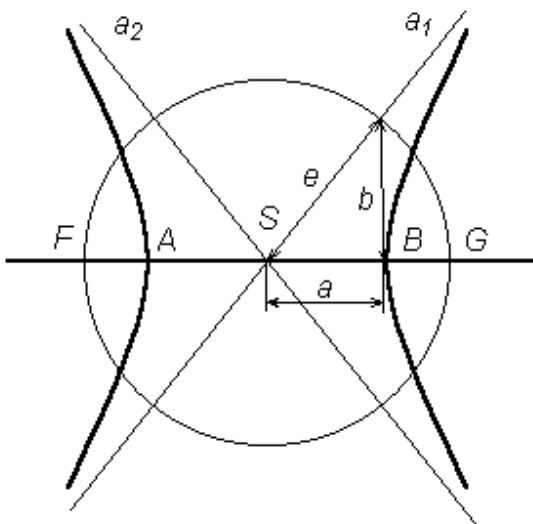
# Hyperbola

Hyperbola je množina bodů v rovině, která má od dvou daných ohnisek rozdíl vzdáleností rovných danému číslu  $2a$ .

## Středový (osový) tvar hyperboly

Je to množina bodů  $x, y$  splňující rovnici:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , je-li střed  $[0,0]$

nebo rovnici  $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ , je-li střed  $[m,n]$



$F, G$  – ohniska hyperboly,  $|F;G| = 2e$

$S$  – střed hyperboly,

$o_1$  – hlavní (reálná) osa,  $o_2$  – vedlejší (imaginární) osa,

$a_1, a_2$  – asymptoty,

$A, B$  – vrcholy,  $|A, B| = 2a$

$|SA| = |SB| = a$  – hlavní (reálná) poloosa,

$b = \sqrt{e^2 - a^2}$  – vedlejší (imaginární) poloosa

$e = \sqrt{a^2 + b^2}$  – délková (lineární) výstřednost (excentricita),

$\frac{e}{a}$  – číselná (numerická) výstřednost (excentricita),

## Obecná rovnice

$$px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0$$

## Asymptoty

$$y = \pm \frac{b}{a} x, \text{ je-li střed } [0,0] \quad y - n = \pm \frac{b}{a} (x - m), \text{ je-li střed } [m,n]$$

Jsou-li asymptoty k sobě kolmé ( $a = b$ ), tato hyperbola se nazývá rovnoosá (používá se ke znázornění grafu nepřímé ústřednice)

Ohniska vždy leží na ose nebo na rovnoběžkách, jejíž člen je kladný

### Vzájemná poloha bodu a hyperboly

Nechť je dán bod  $X = [x, y]$  a hyperbola  $H$  v normální poloze. Mohou nastat tři případy:

1.  $X \in H \Leftrightarrow \frac{(x-s_1)^2}{a^2} - \frac{(y-s_2)^2}{b^2} = 1.$
2.  $X$  leží mezi větvemi  $H \Leftrightarrow \frac{(x-s_1)^2}{a^2} - \frac{(y-s_2)^2}{b^2} < 1.$
3.  $X$  leží uvnitř některé z větví  $H \Leftrightarrow \frac{(x-s_1)^2}{a^2} - \frac{(y-s_2)^2}{b^2} > 1.$

### Vzájemná poloha přímky a hyperboly

Je dána přímka  $p$  a hyperbola  $H$ . Mohou nastat čtyři případy:

1. průnik  $p \cap H$  je prázdný  $\Leftrightarrow p$  je **nesečnou**  $H$ .
2. průnikem  $p \cap H$  je jeden bod a zároveň  $p$  není rovnoběžná s žádnou asymptotou  $\Leftrightarrow p$  je **tečnou**  $H$ .
3. průnikem  $p \cap H$  je jeden bod a zároveň  $p$  je rovnoběžná s některou asymptotou  $\Leftrightarrow p$  je **sečnou**  $H$ , **rovnoběžnou** s asymptotou. Platí totiž, že přímky rovnoběžné s asymptotami mají s hyperbolou společný právě jeden bod, asymptoty samotné žádný.
4. průnikem  $p \cap H$  jsou dva body  $\Leftrightarrow p$  je **sečnou**  $H$ , **různoběžnou** s oběma asymptotami.